

学士論文
不安定核ビーム実験のためのビームイオン光学計算

04-07931 河田鷹介

平成21年2月27日

概要

イオン光学は、電磁場の荷電粒子への作用を幾何光学になぞらえて一連の転送行列のベクトルへの作用として表す手法である。不安定核ビームを用いる実験において電磁場による重イオンビームの収束と弁別は必須であり、その為の設備や実験のデザインにイオン光学は必要不可欠である。

我々は理化学研究所仁科加速器研究センターの実験施設 RIBF において中性子過剰核 ^{22}C と ^{31}Ne を 2 次ビームとして、これらのクーロン分解反応の断面積を調べる実験を行った。この 2 つの核は中性子ハロー核の候補であり、そのクーロン分解反応の断面積の増大によって valence 中性子の空間的拡がりの度合を調べることができる。しかし、中性子過剰で A/Z (質量電荷比) が 3 以上と非常に大きいため、ビームの輸送に高磁場を必要とし、そのため特に ^{22}C では同施設における標準の光学系設定では実験に必要な収束・弁別の精度が得られない。本研究の第一のテーマは、 ^{22}C などの”重い”核でも収束させられるような光学系設定を、イオン光学を用いて探索・決定することである。

また、クーロン分解反応断面積の導出には、2 次ビームのアクセプタンスを正確に見積もる必要がある。本研究の第二のテーマは、イオン光学とモンテカルロ法を用いてビームライン上の粒子の動きを追跡し、アクセプタンス情報を得ることである。

目次

第 1 章	序	5
第 2 章	イオン光学概説	7
2.1	イオン光学の導入	7
2.1.1	幾何光学における転送行列法	7
2.1.2	イオン光学	8
2.1.3	強収束の原理	9
2.1.4	ビームライン上の”光学要素”	9
第 3 章	高 $B\rho$ 粒子用 BigRIPS イオン光学設定の探索	11
3.1	目的	11
3.2	BigRIPS における磁場制御	11
3.2.1	BigRIPS の磁場要素	12
3.2.2	焦点面における収束	13
3.3	フラグメントセパレータ (粒子磁気分析器)	13
3.4	イオン光学系探索の必要性	14
3.4.1	スタンダード設定	14
3.4.2	磁気硬度による限界	14
3.4.3	求められるもの	14
3.5	COSY Infinity による最適化問題解決としてのイオン光学系探索	14
3.5.1	COSY Infinity	15
3.5.2	最適化問題としての定式化	15
3.5.3	経験論的な最適化支援手法	16
3.6	探索の手順	16
3.6.1	BigRIPS のイオン光学的対称性	16
3.7	結果	16
第 4 章	BigRIPS/ZeroDegree における重イオンビームアクセプタンスの推定	20
4.1	目的	20
4.2	反応断面積とアクセプタンス	20
4.3	アクセプタンス評価の手法	20
4.3.1	計算手法	20
4.3.2	ビームライン形状モデル	21
4.4	イオン光学軌跡シミュレータ”Backhands”	21
4.4.1	イオン光学計算の組み込み	21
4.4.2	段階的分割	22
4.5	結果	23
第 5 章	まとめと今後	25
付録 A	イオン光学の基礎的事項	26
A.1	$B\rho$ スケーリング	26
A.2	強収束の原理	26
A.3	四重極子磁場	27
付録 B	COSY Infinity	29
B.1	入力データ	29
B.1.1	計算制御	29
B.1.2	ビームの定義	29
B.1.3	ビームラインのイオン光学的構造	30

B.2	出力データ	30
B.2.1	輸送行列の値	30
B.2.2	粒子の軌跡の描画図	31
B.3	フィッティング	31
B.3.1	実際にフィッティングを行う	31

目 次

1.1	原子核図表の上に RIBF により新たに生成可能となった核種を重ねたもの	5
2.1	強収束性:同じ磁石では片方が収束しても片方は発散、しかし全体としては収束	9
3.1	BigRIPS/ZeroDegree. ビームは右下から入射する。各焦点面の文字色は収束の種類を示し、青が Dispersive, 赤が Achromatic である。	11
3.2	$B\rho=9.2\text{Tm}$ とした場合のスタンダード設定 (緑) と High-Brho 設定 (赤) の磁場値と許容限界との比。横軸の整数は BigRIPS の Q を表し、STQ1U を 1 として上流から順に 30=STQ10D まで番号付けたもの。	18
3.3	F0 から F8 までの粒子の軌跡 (上:水平面, 下:鉛直面)。F0 から発するビームの角度拡がりは水平 40mrad, 鉛直 50mrad。また運動量変化の拡がりは $\pm 3\%$ 。軌跡の色の赤、緑、青はそれぞれ運動量変化の $-3\%, 0\%, +3\%$ に対応する	19
4.1	分割による誤差蓄積の比較:F0 から出たビームによる F7 での像、すなわち粒子の (X, Y) のヒストグラム。左は要素分割、中央は焦点面分割、右が分割無し。ヒストグラム上では違いはわからない。	21
4.2	分割による誤差蓄積の比較 (3 次):上段、中段、下段がそれぞれ要素分割、焦点面分割、分割無し。上流から下流までの 4 つの焦点面の像を比較すると、分割を重ねるごとに高次項による誤差が増大していく様子が見える。	22
4.3	段階的分割 (1 次):F1 にくさび型ディグレーダ (Wedge) を挿入	23
4.4	COSY Infinity(左) と Backhands(右) による ZeroDegree High-Brho 設定での粒子の軌跡:3 次-SX あり	23
A.1	四重極子磁場によるローレンツ力	28
B.1	粒子の軌跡の描画図の例:軌跡の色は光の色に対応して運動量の大小を表す。緑は $\delta p = 0$ に対応。	31

表 目 次

3.1	BigRIPS のイオン光学関連仕様 (スタンダード設定時)	11
3.2	BigRIPS のステージ構成	12
3.3	スタンダード設定:四重極磁石 (Q) の磁場 ($B\rho=9.2\text{Tm}$ 換算) 11~14 は 10~7 に逆順に対応	14
3.4	High-Brho 設定:四重極磁石 (Q) のポールチップ磁場 ($B\rho=9.2\text{Tm}$)	17
3.5	High-Brho 設定:六重極磁石 (SX) のポールチップ磁場 ($B\rho=9.2\text{Tm}$)	17
4.1	BigRIPS/ZeroDegree のジオメトリ情報。矩形の寸法は水平 × 鉛直。	21
4.2	Backhands のアクセプタンス評価性能テストのシミュレーション条件	24

第1章 序

イオン光学¹とは、重イオンなどの荷電粒子のビームの電磁場中における位置・角度・運動量などの振舞いを数学的に取り扱う枠組である。イオン光学は荷電粒子ビームを効率良く輸送や加速する為に必要不可欠なものである。特に、大きな角度拡がりを持つ不安定核ビームなどの2次ビームに対してはイオン光学の果たす役割は大きい。イオン光学で知りたいことは原理的には運動方程式を解けば求められる。しかし加速器や重イオンビーム実験系は複数の電磁石で構成されているので、実験系の設計を効率良く行うためには、運動方程式の直接求積に頼らない手法が求められる。この要求に応えるのがイオン光学である。イオン光学では、特殊な形状の電磁場を幾何光学における鏡やレンズのように考えて、光線を扱うように粒子ビームを扱う。電磁場による粒子への作用は「輸送行列」と呼ばれる行列(テンソル)の組として取り出される。輸送行列そのものの計算は解析的に行われるが、位置・角度・運動量などの粒子のパラメータは輸送行列を用いて代数的に取り扱う。

不安定核ビームによる実験においてイオン光学による収束制御は非常に重要な位置を占める。不安定核ビームは、安定核のビームを標的に衝突させ「破碎反応」により生じる原子核から生成する。よって雑多な原子核の中から必要な核種を分離する装置が必要となる。核種の分離はフラグメントセパレータ(Projectile fragment Separator)による磁気分析を用いるが、分析がうまく機能するにはイオン光学を駆使した収束制御が必要不可欠である。

本研究のテーマは、理化学研究所の不安定核ビーム施設 RIBF にて行われた ^{22}C , ^{31}Ne のクローン分解実験(RIBF-55 実験)に関連したイオン光学計算である。RIBF は不安定核ビームの強度をそれ以前の 1000 倍以上にすることを目指した不安定核ビームラインであり、ビーム強度が上がったことによりこれまで存在が確認できなかった多くの原子核が新たに生成できるようになる(図 1.1)。RIBF は、安定核ビームを加速する加速器群、安定核ビームから不安定核ビームを生成する BigRIPS² と得られた不安定核ビームで実験を行う ZeroDegree³ の3つのセクションからなる。本研究で扱うのは BigRIPS と ZeroDegree のイオン光学である。RIBF-55 実験で2次ビーム核とする ^{22}C (と ^{31}Ne) は A/Z (質量数/陽子数比)が 3.67(3.1) と大きいので磁気硬度の高く、ビームライン標準のイオン光学系で制御できる範囲を超える。これらのような高い磁気硬度を持つ核の為にイオン光学系(High-Brho 設定)が必要である。そこで、本研究では BigRIPS のイオン光学計算を行い、高磁気硬度不安定核ビームの為に High-Brho イオン光学系を決定することを第一の目的としている。

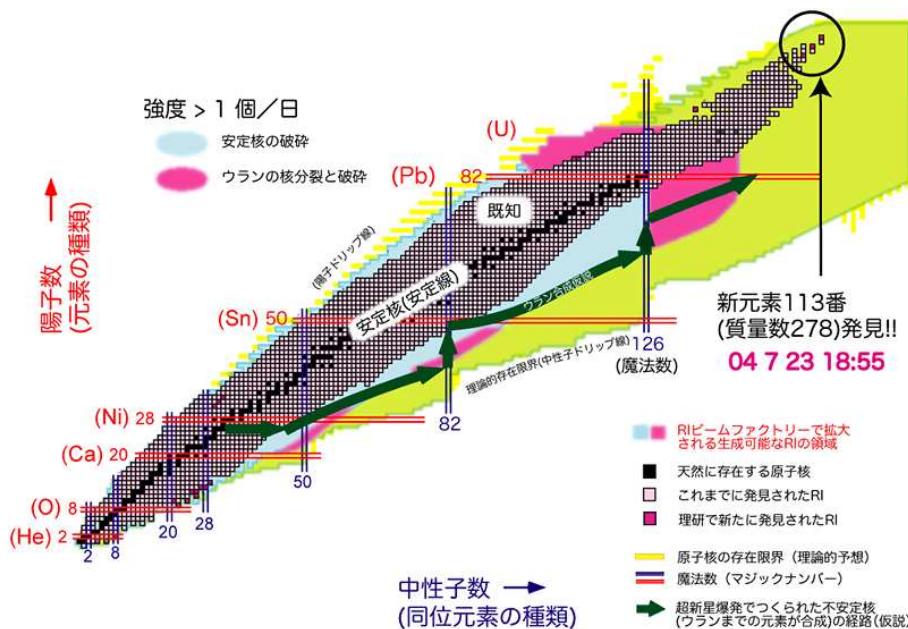


図 1.1: 原子核図表の上に RIBF により新たに生成可能となった核種を重ねたもの

¹物性・化学分野では荷電粒子光学とも

²Big-RIPS:RIKEN Projectile fragment Separator

³ゼロ度スペクトロメータ

RIBF-55 実験では、 ^{22}C と ^{31}Ne の鉛標的に対するクーロン分解反応の断面積を測定することを目的とする。クーロン分解⁴とは標的核の強いクーロン場により入射核を励起し分解を起こすことである。クーロン分解の特徴のひとつに励起エネルギーが極めて小さい (1MeV オーダー) ことが挙げられる。中性子ハロー核のように束縛が何らかの原因で弱い核子を持つ原子核の場合、クーロン分解の反応断面積が異常に増大する。

中性子ハロー核は、安定な原子核のコアの周囲に、数個 (1,2 個) の中性子が雲のように薄く広く遍在しているような原子核である。RIBF-55 実験で使用される ^{22}C , ^{31}Ne はいずれも中性子ハロー核である可能性が指摘されている。そうであるとすれば、この 2 つの核はクーロン分解により安定なコアとハロー部の中性子に分解する。生成した 2 つの破片のうち、RIBF-55 実験ではコアの方を捉え、その生成断面積を算出する。コアの生成断面積を算出するには、生成したコアのうち検出可能なものがどれだけあるか (アクセプタンス) を知る必要がある。

本論文の概要は以下の通りである。次の第二章では、イオン光学についての一般的な事項、特に荷電粒子ビーム制御の基礎事項である強収束の原理について記述する。またビームライン上のイオン光学要素についても概説する。続く第三章では、本研究第一のテーマである高 $B\rho$ 粒子の為の BigRIPS イオン光学系の探索について述べる。まず新たなイオン光学系が必要な理由を BigRIPS の構造と関連させて説明する。そしてイオン光学系探索の道具である COSY Infinity を簡単に紹介し、この COSY Infinity を用いた探索の手法と経過、そして結果として得られた光学系について述べる。第四章は、本研究の第二のテーマである BigRIPS/ZeroDegree における重イオンビームアクセプタンスの推定についての記述である。まずアクセプタンスとその断面積算出のための重要性について説明する。そして、その推定の為に作成したモンテカルロ法プログラムについて、計算法とそのチェック結果を述べる。そして最終的に得られたアクセプタンスを提示する。最後に、第五章においてまとめと今後の方針・展望について記述する。

⁴Coulomb Breakup : Electromagnetic Dissociation, Electric Disintegration とも

第2章 イオン光学概説

本研究の2つの目的における共通したテーマであり手法であるイオン光学について、本研究の関連の深い部分に力点を置いて概説する

2.1 イオン光学の導入

2.1.1 幾何光学における転送行列法

光線行列法とは幾何光学の手法の一つである。本節では、後に述べるイオン光学法の元となった本手法について簡単に解説する。

光線をいくつかの物理量で特徴付ける。典型的には、その場所での光線の光軸からの位置 X と光軸に対する傾き θ が用いられる。光軸上を走る粒子の場合は両者共に当然ゼロである¹。これらの物理量を並べたベクトルを光線ベクトル $\mathbf{r} = (r_0, r_1) = (x, \theta)$ とし、これで光線の特徴付けることにする。

光軸上にあり、光線ベクトルの成分を何らかの方法で変更するものを光学要素と呼ぶことにする。この時、光学要素の作用は、作用後の新しい光線ベクトル \mathbf{r}' が

$$r'_i = f_i(\mathbf{r}) \quad (i = 0, 1) \quad (2.1)$$

と何らかの連続関数 f を用いて表現できると考える。ここで f がいくらでも微分できるとすると、以下のようにマクローリン展開を考慮することができる：

$$r'_i = f_i(\mathbf{0}) + \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial r_j} r_j + \frac{1}{2!} \sum_{jk} \frac{\partial^2 f_i}{\partial r_j \partial r_k} r_j r_k + \frac{1}{3!} \sum_{jkl} \frac{\partial^3 f_i}{\partial r_j \partial r_k \partial r_l} r_j r_k r_l + \dots \quad (2.2)$$

光軸上の粒子を基準と考えれば、零ベクトルは何が作用しても零ベクトルでなければならないので、右辺第一項はゼロ。以降の各項の展開係数部分をまとめて、その光学要素の光線行列と呼ぶ。一般的には、 n 次微分項の展開係数を n 次の光線行列と呼ぶが、実際には $n+1$ 階のテンソルである。定義式を見ればわかるが、 i 以外の添字は全て対称である。光線の変化は、各光学要素の光線行列を光軸上の並んでいる順に光線ベクトルに作用させていくことで表される。

実例:薄いレンズ

具体的な光学要素の輸送行列を計算してみる。焦点距離 $f > 0$ のレンズ (凸レンズ) を考える。近軸近似で1次の光線行列のみを考えることにする。光軸からの距離が h の平行光線がレンズに入射すると、レンズから f だけ離れた所で光軸と交わるように屈折する。すなわち

$$\begin{pmatrix} h \\ -h/f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

ただし $h \ll f$ を仮定している。これより、まず $A = 1, C = -1/f$ がわかる。また、今度はレンズの手前に f だけ離れた光軸上の点から角度 θ で出た光線がレンズに入射すると考えると、レンズを出た光線は平行光となるので、

$$\begin{pmatrix} f\theta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & B \\ -1/f & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f\theta \\ \theta \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

これより $B = 0, D = 1$ がわかる。従って焦点距離 f の薄いレンズによる光学的作用は、近軸近似のもとで行列

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

で表されることがわかる。逆行列 ($f \rightarrow -f$ としたもの) は凹レンズを表す。

¹逆に、光軸上を走る粒子を基準粒子とし、各物理量の基準粒子からの差異を考える、としたほうがはっきりする

強収束性

同様の手順により、何もない空間の輸送行列が

$$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

で書けることが分かる。そこで、薄い凸レンズ (屈折率 $f_1 > 0$)、自由空間 (長さ L)、薄い凹レンズ (屈折率 $f_2 > 0$) を組み合わせた場合の輸送行列を考えると、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+L/f_2 & L \\ -1/f_1+1/f_2-L/f_1f_2 & 1-L/f_1 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

凸レンズの D 手前の光軸上の点から角度 θ で発した光線がこの系により収束される必要条件是、系の後で角度の符号が逆転することである。すなわち

$$Df_1 + f_1f_2 - (D+L)f_2 - DL < 0. \quad (2.8)$$

これを満たす (f_1, f_2) の組合せは必ず存在する。更に $(f_1, f_2) \rightarrow (-f_1, -f_2)$ としても不等式を満たすような組合せも存在する (強収束性)。

2.1.2 イオン光学

イオンすなわち荷電粒子は、光子と違って有限の質量も電荷も持つ。しかし先に説明した光線行列法と殆ど同じ枠組で、光線ベクトル \rightarrow ビームベクトル、光線行列 \rightarrow 転送行列というように若干の変更を加えることで定式化することができる。

イオン光学ベクトル

イオン光学で粒子ベクトルに含まれるパラメータは、本研究では以下の5つである:

- X : 光軸からの距離 (水平方向)
- $A(\theta)$: 光軸に対する傾き (水平方向)
- Y : 光軸からの距離 (鉛直方向)
- $B(\phi)$: 光軸に対する傾き (鉛直方向)
- δ : 運動量変化変動 (中心粒子運動量との差/中心粒子運動量)

この他に、次の3つも加えることがある: 飛行時間 (TimeOfFlight: TOF) 変動、質量数変動、原子番号変動後の2つはイオン光学の枠組において特殊な位置にあるため、他の成分とは同等に扱わない。

イオン光学行列 (輸送行列)

前節で定義したイオン光学ベクトルに対する1次のイオン光学行列 (輸送行列) は次のようになる:

$$\begin{pmatrix} X' \\ A' \\ Y' \\ B' \\ \delta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (X|X) & (X|A) & (X|Y) & (X|B) & (X|\delta) \\ (A|X) & (A|A) & (A|Y) & (A|B) & (A|\delta) \\ (Y|X) & (Y|A) & (Y|Y) & (Y|B) & (Y|\delta) \\ (B|X) & (B|A) & (B|Y) & (B|B) & (B|\delta) \\ (\delta|X) & (\delta|A) & (\delta|Y) & (\delta|B) & (\delta|\delta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ A \\ Y \\ B \\ \delta \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

左辺のベクトルが作用後、右辺のベクトルが作用前のイオン光学ベクトルで、右辺の行列が1次の輸送行列である。輸送行列の各成分は上式中に示したような記号で書かれることが多い。括弧内の左側の記号は作用後ベクトルの成分、右側の記号は作用前ベクトルの成分を指しており、「右側成分からの左側成分への寄与」を表している。例えば、 $(X|X)$ は出射時の X に対する入射時の X の寄与を表している。入射ベクトルの X 以外の成分が全てゼロであれば、これはまさしく X の倍率と呼べる。

高次の輸送行列についても同様の記法を用いる。例えば2次の場合、一般に次のように書ける:

$$(i|jk) = \frac{\partial^2 i'}{\partial_j \partial_k}(0) \quad (2.10)$$

ここで $i, j, k = X, A, Y, B, \delta$ であり、 i' は X, A, Y, B, δ の関数である。 j, k による i' への寄与はこの記号を用いて

$$\frac{1}{2}(i|jk)jk \quad (2.11)$$

と書かれる。

2.1.3 強収束の原理

イオン光学における最も重要な事実は強収束の原理である。一般に単独の静電場や静磁場のみを用いて荷電粒子を全体的に収束させることはできない。しかし強収束の原理によれば、極性の異なる磁場を交互に並べるだけで全体を収束させることができる。これは先に述べたように幾何光学において凸レンズと凹レンズを交互に並べた系に収束性があることの対応である。イオン光学においてはレンズの代わりに四重極磁石による磁場が用いられる。凸レンズと凹レンズの違いは磁石の極性の違いとなる (図 2.1)。

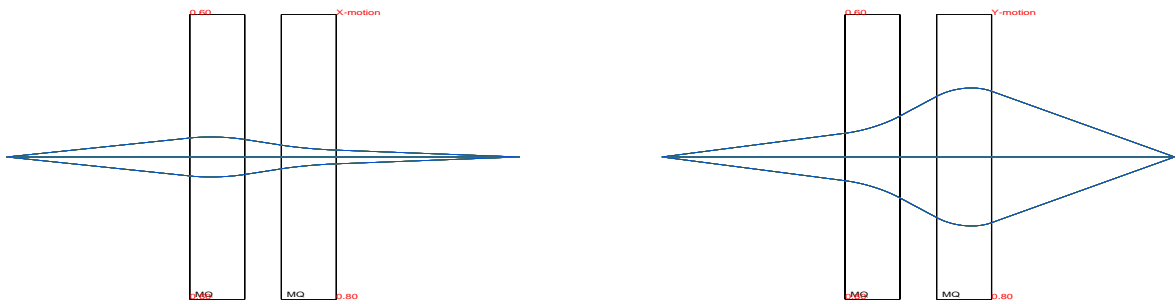


図 2.1: 強収束性:同じ磁石では片方が収束しても片方は発散、しかし全体としては収束

2.1.4 ビームライン上の”光学要素”

ビームライン上にあるもので、ビームベクトルを変更しうるものを光学要素と呼ぶ。例えば、 $B\rho$ 値に応じて粒子を曲げる静磁場は光学要素である。また何も無い空間 (自由空間:DriftLength. 以下 DL) も、傾きに応じて X, Y が変動するので光学要素と言える。本節では我々が扱う範囲に登場する光学要素について簡単に紹介する。

長さ L の自由空間 (DL)

場も物質もない空間を自由空間と定義する。粒子は直進するだけなので光軸からの角度 θ は変わらないが、 θ の値と自由空間の長さに応じて光軸からの距離 X は $X \rightarrow X + L\theta$ と変化する。従って転送行列は

$$\begin{pmatrix} x' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + L\theta \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

双極子磁場

イオン光学において、双極子磁場という言葉は (ほぼ) 一様な静磁場を意味する。双極子磁場は、磁場に垂直な平面内で入射粒子の軌道を曲げる働きをする。

四重極子磁場

イオン光学において四重極子磁場は「強収束の原理」を満たすという点で最も重要な光学要素である。双極子磁場は2つの磁極間に発生する磁場であるが、四重極子磁場は4つの磁極間に生じる磁場である。4つの磁極の形状は双曲面であり、対称な位置に隣り合う磁極の極性が逆になるように配置される。すると生じる磁力線も双曲線を描くようになる。磁力線の間隔が原点から遠ざかる程疎になるので、この磁場は強収束性の要件である「光軸から遠い程収束・発散作用が弱まる」を満たしている。

六重極子磁場

六重極子磁場は六つの磁極間に発生する磁場である。磁極は正六角形の頂点に位置するように配置され、隣り合う磁極の極性は逆となっている。四重極子磁石と同様に、極性の違うものを交替で配置することで強収束性を持つが、収束力は弱い。その為 BigRIPS/ZeroDegree では四重極子磁場の高次項によるふらつきを補正するために用いられる。

第3章 高 $B\rho$ 粒子用 BigRIPS イオン光学設定の探索

本章では BigRIPS に対するイオン光学計算を行い、高い磁気硬度を持つ ^{22}C の為のイオン光学系 (High-Brho 設定) を決定する。

3.1 目的

RIBF-55 実験で用いる 2 次ビーム核の中では特に A/Z が大きい ^{22}C ($A/Z = 3.67$) を、ビームライン上での収束性を維持しながら BigRIPS の終端まで高い効率で輸送できるような BigRIPS のイオン光学系 (磁場設定) を探索し決定することを目的とする。

3.2 BigRIPS における磁場制御

BigRIPS は、上流の加速器群で加速された安定核ビームを入口で生成標的に照射し核破碎反応により生じた破砕片から不安定化ビームを生成するビームラインであり、2つのフラグメントセパレータ (粒子磁気分析器) を直列に組み合わせたものからなる (図 3.1)。

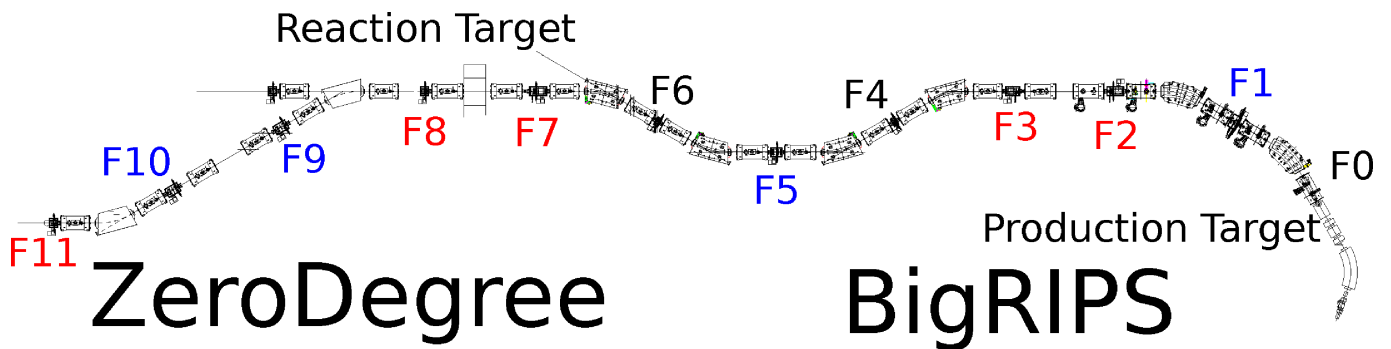


図 3.1: BigRIPS/ZeroDegree. ビームは右下から入射する。各焦点面の文字色は収束の種類を示し、青が Dispersive, 赤が Achromatic である。

最大磁気硬度	9Tm ¹
運動量アクセプタンス	6%
角度アクセプタンス	
水平	80mrad
鉛直	100mrad
運動量分解能	
第一ステージ	1290
第二ステージ	3300

表 3.1: BigRIPS のイオン光学関連仕様 (スタンダード設定時)

BigRIPS は7つの焦点面を持つ。焦点面とは光軸 (ビーム軸) に直交する面で、その面上で重イオンビームを収束するようにイオン光学系が設計される。各焦点面は、BigRIPS 最上流の生成標的の場所を F0 とし、そこを起点として上流から順に F1, F2, ..., F7 と呼ばれる。各焦点面はそれぞれ異なる役割を持ち、それに合わせて要求される収束の性質も変わる。必要な収束を実現するために、焦点面間に設置された磁場要素を用いてイオン光学系が調整される。

第一ステージ	
構成	
F0-STQ1-D1-STQ2-F1-STQ3-D2-STQ4-F2-STQ5-STQ6-F3	
焦点面	
F1	Dispersive
F2,F3	Achromatic
第二ステージ	
構成	
F3-STQ7-D3-STQ8-F4-STQ9-D4-STQ10-F5-STQ11-D5-STQ12-F6-STQ13-D6-STQ14-F7	
焦点面	
F5	Dispersive
F7	Doubly Achromatic

表 3.2: BigRIPS のステージ構成

F0 から F3 までを第一ステージ、F3 から F7 までを第二ステージと呼び、それぞれが 1 つのフラグメントセパレータである。どちらも破砕片の A, Z を磁気分析するものであるが、それぞれ異なる役割を持つ。第一ステージでは、様々な破片を含むビームから特定の A, Z を持つ原子核だけを選び出し、それ以外の原子核はビームからできるだけ排除する。第二ステージでは、第一ステージである程度選別されたビームの各粒子について A, Z や運動量などのパラメータを計測するが、粒子はそのまま下流の ZeroDegree に送られる。パラメータ計測のため、第二ステージの運動量分解能は第一ステージの約 3 倍高い (表 3.2)。

BigRIPS を構成する要素の中でイオン光学的に重要なものは次の 2 つである:

- D:常伝導双極磁石 (Dipole Magnet)
- STQ:超伝導三連四重極磁石 (Superconducting Triplet-Quadrupole)

前者はフラグメントセパレータの構成の基礎となるものである。後者はビームの径、すなわち空間的拡がりや制御するものであり、不安定核ビームの効率の良い利用には特に重要である。

3.2.1 BigRIPS の磁場要素

常伝導双極磁石 (D)

BigRIPS における双極磁石 (以下 D) は、上下方向に対向する 2 つの扇型磁極間に生じる双極磁場を用いて荷電粒子を水平方向に曲げる装置である。双極磁場の特性として、磁極が十分に広い場合磁場はほぼ一様となる。よって D 内部の荷電粒子はその運動量と電荷の比 (磁気硬度:Magnetic Rigidity, 通称 $B\rho$ 値) に比例した半径の円軌道を描く。D へ入射する時の位置と角度が一定であるとすれば、D から出射する時の位置と角度は粒子の磁気硬度の関数となる。この性質を利用して原子核ビームを A と Z で分別するのがフラグメントセパレータである。

BigRIPS 上には 6 基の D が設置されている。前の 2 基と後の 4 基で 1 組ずつのフラグメントセパレータを構成する。これら 6 基の物理的形狀はすべて同じで、扇型の開き角は 30° 、中心曲率半径は 6m である²。

超伝導三連四重極磁石 (STQ)

超伝導三連四重極磁石 (以下 STQ) は、3 つの超伝導四重極磁石 (以下 Q) を間隔を空けて並べたものである。前章で述べた通り Q は幾何光学で言うレンズに対応するが、互いと光軸に直交するように X, Y 軸と取ったとき、一方に対しては凸レンズ的収束作用、他方には凹レンズ的な発散作用を持つ。従って 1 つの Q では全体の収束は得られないが、隣り合う Q の極性を逆にすることで強収束の原理が働き、収束性を得ることができる。

BigRIPS の STQ は 14 基あり、上流から順に STQ1, STQ2, ..., STQ14 と呼ばれる。各 STQ を構成する 3 つの Q は上流側から U, M, D のアルファベットが付く。例えば、上流側から 5 番目の STQ の真ん中の Q は STQ05M と呼ばれる。各焦点面間には 2 基の STQ が置かれるので、都合 6 基の Q で収束制御を行う。Q の数は焦点面で指定できる輸送行列の成分の数に等しいので、最低限必要な 2 つ ($(X|A) = (Y|B) = 0$ を指定) より多くの数を用いることでビームの角度拡がりなどを細かくコントロールできる。より高い制御精度が必要な区間では、焦点面を 1 つ犠牲にして倍の 12 基で制御する (F3-F5 間と F5-F7 間)。

²D の中心を走る粒子が D 内で通過する距離は $6 \times 2\pi \times 30/360 = \pi$ メートルになる

六重極磁石 (Sextupole-Magnet: SX)

上述した2つの加えて、BigRIPS/ZeroDegreeでは六重極磁石(以下SX)という磁場要素も設置されている。これは6つの磁極を持つ磁石で、隣り合う磁極の極性は逆になっている。イオン光学要素としての性質は四重極磁石と似ているが、収束力は弱い。SXはDの前後を挟むSTQ内部でDに最も近いQにそれぞれ組み込まれており、高次の輸送行列による寄与を補正する役割を持つ。

3.2.2 焦点面における収束

粒子の分別やパラメータの測定などの作業は焦点面で行われるので、作業内容に応じてその焦点面における収束のさせ方は異なる。収束のさせ方には大きく分けて2通りある:

- Achromatic Focus
- Dispersive Focus

いずれの場合も収束している、すなわち焦点面における位置が角度によらない($(X|A) = (Y|B) = 0$)ことを前提とする。

Achromatic Focus

通常の収束に加えて、焦点面における位置が運動量(運動エネルギー)の違いにもよらない、という条件を満たす収束をachromatic³フォーカスと言う。位置が運動エネルギーによらない場合($X|\delta K) = 0$)を単にachroma、角度も運動エネルギーによらない場合($A|\delta K) = 0$)はdoubly achromaと呼ぶ。反応標的に当てるなど、なるべくビームの大きさを絞りたい所では収束はachromaに設定される。またフラグメントセパレータの終端もachromaに設定される。

Dispersive Focus

Achromaとは異なり、焦点面における位置が運動量に依存する($(X|\delta) \neq 0$)収束をdispersive、あるいは特にmomentum dispersiveフォーカスと呼ぶ。フラグメントセパレータでは運動エネルギーの揃った粒子のAの違い、すなわち運動量の違いを位置の違いに変換して分別を行う。分別はXの特定範囲以外をスリットにより遮蔽することで行うので、Xが運動量に対しより敏感、すなわち $(X|P)$ が大きい程運動量の分解能は高くなる。従ってフラグメントセパレータの中間部はdispersiveに設定される。

3.3 フラグメントセパレータ (粒子磁気分析器)

フラグメントセパレータは磁気により粒子の種類を分析する装置であり、基本は2つのDとスリット、それにディグレーダと呼ばれるエネルギー減衰器を組み合わせる構成される。2つのDの間にスリットと、その直後にディグレーダが置かれ、ディグレーダの部分にdispersiveな焦点面が設定される。

フラグメントセパレータによる分析は2段階に分けて行われる。第一段は双極磁場によるA/Z分析である。フラグメントセパレータに入射した粒子は、まず最初のDの磁場中で円軌道を描いて運動する。運動量 p 、電荷 q を持つ粒子の円軌道の曲率半径 ρ は次の式で与えられる:

$$\rho = \frac{p}{Bq} = \frac{A}{Z} \frac{m_0 \gamma v}{e_0 B} \quad (3.1)$$

全ての粒子に対し B は一定なので、入射粒子の運動エネルギーが揃っている場合 ρ は A/Z に比例して決まる。従って、全ての粒子が同じ水平位置からDに入射すると仮定すると、D出射時の水平位置は A/Z に単調に依存する。よってDの直後でスリットによるフィルタリングをかけると、水平位置から特定の範囲の A/Z を持つ粒子だけを選び出すことができる。これが第一段の分析である。

第二段の分析はディグレーダと双極磁場による Z 分析である。ディグレーダはアルミなどで作られた標的である。ディグレーダに入射した荷電粒子はBethe-Blochの式から Z^{-2} に比例した量の運動エネルギーを失う。従って、第一段目で分別された粒子がほぼ同じ A/Z と運動エネルギーを持っていると仮定すると、ディグレーダを抜けた際の粒子の運動量は粒子の Z に単調に依存する。よって式(3.1)から、第一段階と同様に考えて、D出射時の水平位置は Z にのみ単調に依存する。従ってスリットによる Z の分別ができて、第一段階と合わせると A と Z による分析となる。

³無色の

3.4 イオン光学系探索の必要性

BigRIPSなどの荷電粒子ビームラインにはその設計時に決定された“スタンダード”のイオン光学系がある。本節では、スタンダードであることの意味と RIBF-55 実験で標準の光学系が使えない理由について説明する。

3.4.1 スタンダード設定

そのビームラインにおいて、任意の粒子を扱う際に汎用的に使用できるイオン光学系をスタンダード設定と呼ぶことにする。スタンダード設定は、ある磁気硬度を持つ粒子をそのビームラインの仕様を満たすように通す時の各磁場要素の磁場強度の組である。特定の磁気硬度を持つ粒子に対する磁場の設定は、スケーリングを行うことで異なる磁気硬度の粒子に対しても適用できる。その理由は任意の磁場中の粒子の運動に対し次の式が近似的に成り立つことによる：

$$\rho \sim \frac{p}{qB} = \frac{(B\rho)}{B_0} \quad (\propto A/Z). \quad (3.2)$$

ρ は運動の軌跡上のある点における曲率半径で、右辺は p, q, B がそれぞれ粒子の運動量と電荷、その点での磁場である。最右辺の $(B\rho)$ は粒子の磁気硬度の値である。各点での磁場の値は磁極表面での (ポールチップ磁場) B_0 でスケールされると考えると、磁気硬度の変化と同じだけ磁場 B_0 を変えてやれば、粒子の曲率半径は同じすなわち粒子の軌跡は同じである。

以上から、ある磁気硬度の粒子に適用できる設定は、異なる磁気硬度を持つ粒子に対しても、全体の磁場を磁気硬度の比でスケールすることで適用可能である。しかし無制限にそれが可能なわけではない。

3.4.2 磁気硬度による限界

粒子の磁気硬度が高くなってくるとスタンダード設定の適用限界を超える可能性が出てくる。磁気硬度が高い粒子に適用する為には各々の磁場強度を上げなければならないが、磁場を電磁石から得ている以上、電磁石に流せる電流の限界値という形で得られる磁場には上限が存在する。すなわちこの上限を超えて磁場をスケーリングすることはできない。

STQ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Upstream	2.000	1.148	1.174	1.564	1.324	1.139	1.592	1.094	0.855	1.612
interMediate	2.351	1.289	1.406	1.666	1.504	1.370	1.978	1.200	1.173	1.532
Downstream	1.882	1.122	1.219	0.721	1.839	1.685	1.755	1.104	0.925	1.542

表 3.3: スタンダード設定:四重極磁石 (Q) の磁場 ($B\rho=9.2\text{Tm}$ 換算) 11~14 は 10~7 に逆順に対応

RIBF-55 実験においてもこの事実が問題となった。RIBF-55 実験で 2 次ビームとして用いる $^{22}\text{C}, ^{31}\text{Ne}$ は、特に前者の場合 $A/Z = 3.67$ という非常に大きな値を取る。その為、BigRIPS における磁気硬度が最大 9.4Tm に達するが、これは表 3.2 にある通りスタンダード設定で扱える範囲を超えるものである。実際に高い磁気硬度にスケーリングするとどうなるかは図 3.2 に記されている (この図の磁気硬度は 9.2Tm)。

3.4.3 求められるもの

RIBF-55 実験にあたり求められるのは、 $B\rho > 8.8\text{Tm}$ の粒子を BigRIPS の終端まで通せる実現可能な磁場設定である。この設定は更に、スタンダード設定で実現できていたイオン光学的な性質もできるだけ受け継ぐ必要がある。

3.5 COSY Infinity による最適化問題解決としてのイオン光学系探索

我々が必要とする高磁気硬度粒子の為のイオン光学系 (以下 High-Brho 設定) を実際に求めるため、本研究ではイオン光学計算の為のプログラミング言語“COSY Infinity”を用いて計算を行う。また、COSY Infinity を使用するためにイオン光学の問題を最適化問題に定式化する手法および実際のフィッティングにあたっての経験的手法について述べる。

3.5.1 COSY Infinity

COSY Infinity は、ミシガン州立大学 (MSU) の Martin Berz と Kyoko Makino によって開発された荷電粒子光学の為のスクリプト言語およびその実装である。

電磁場中での荷電粒子の挙動を求める方法は、数値積分により逐一運動方程式を解いていくものと運動の結果をテイラー展開により表すものの2通りがあった。しかしそれぞれには、計算コストがかかり系の要素的情報を欠く、あるいはコスト的制限から展開の次数が限られ系の取扱いの自由度も低い、という欠点があった。これらの2つのアプローチの長所を併せ持つような手法を実現したのが COSY Infinity である。

COSY Infinity は、イオン光学の計算、ことに光学設定の最適化を行う為以下のような機能を持っている:

イオン光学系の実装 輸送行列を持った仮想イオン光学系を記述できる

フリンジングフィールド 磁石の開口部から洩れ出る”フリンジングフィールド”を Enge 関数により近似して扱う

最適化 一般的な最適化問題を解く為いくつかの最適化アルゴリズムを実装

可視化 構築したイオン光学系にイオンビームを通した際の軌道を画像データで表現

Differential Algebra 関数のテイラー展開係数を任意の次数まで保持するデータ構造

実際の探索を行うにはビームラインの構造や最適化ルーチンを記述したコードが必要となる。本研究では、BigRIPS の磁場設定を探索するにあたり、鈴木宏氏 (東京大学) によるスクリプトセットを用いた。このスクリプトセットを用いた BigRIPS, ZeroDegree 用探索ルーチンは炭電俊之氏 (東京理科大学) により製作された。

3.5.2 最適化問題としての定式化

COSY Infinity の最適化機能を用いてイオン光学の問題を解くためにはイオン光学の問題を最適化問題に変換しなければならない。最適化問題とは、系の状態がある基準で数値評価した値 (評価関数) を最小化する状態を見つける問題である。形式的には次のような形をしている:

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_{N_v}) = 0 \quad (i = 1..N_f) \quad (3.3)$$

f_i は評価関数であり、 N_f はその数を表している。また各評価関数は N_v 変数の関数である。系の状態は変数の組 $(x_1, x_2, \dots, x_{N_v})$ で表現される。

我々の計算では各焦点面における輸送行列の1次の成分を評価関数として用いることにする。イオン光学系に求められる最も重要なことは、各焦点面で要求された通りの収束をすることである。収束とは輸送行列の成分が特定の値をとることなので、その要求値と成分の実際値の差を評価関数とし、それを最小化する問題としてビームの収束を考えることができる。

評価関数の変数の数は収束に関与する Q の数に等しい。これは、各 Q において変更できるパラメータがポールチップ磁場⁴の値のみだからである。第一ステージでは隣り合う焦点面間には2基の STQ があるので評価関数は6変数である。第二ステージも同じだが、途中の F4 と F6 では実際には収束させないので、収束を考える焦点面は F3, F5, F7 の3つであり、各々の間には4基の STQ がある。よって評価関数は12変数となる。

Achromatic Focus の場合と Dispersive Focus の場合とで評価関数の構成は異なるが基本形は同じで、輸送行列の収束に関与する各成分それぞれの目標値との差の絶対値の和である。

- 角度に関する収束: $(X|A) = (Y|B) = 0$
- 倍率 $(X|X), (Y|Y)$ は焦点面ごとに指定
- Achroma な焦点面 (F2, F3, F7) では $(X|\delta), (A|\delta) = 0$

その他の成分は、次節で述べる理由によりこれらの成分と何らかの形で連動する。

⁴光軸から最も近い磁極の表面における磁場強度

3.5.3 経験論的な最適化支援手法

評価関数を構成しても、単にそれを自動で最適化させるだけでは計算結果はなかなか収束せず、得られる結果も求めるものから遠い。COSY Infinity 組込みの最適化ルーチンはいずれも局所最適解へ落ち込む可能性を持っている。そして最適化結果が初期値から離れているほどその結果が局所最適である可能性は高い。局所最適解への落ち込みを避けるには、解の急激な変化を避けるため評価関数を小刻みに変化させ最適化を繰り返すことが必要である。

解の急激な変化を避けるためには、評価関数の「良い初期値」を与えることも重要である。良い評価関数、つまりこの場合は良い輸送行列を与えるための指標となるのが、イオン光学要素の一般論である。

$$\begin{pmatrix} X' \\ A' \\ Y' \\ B' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\kappa l) & \frac{1}{\kappa} \sin(\kappa l) & 0 & 0 \\ -\kappa \sin(\kappa l) & \cos(\kappa l) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\kappa l) & \frac{1}{\kappa} \sinh(\kappa l) \\ 0 & 0 & \kappa \sinh(\kappa l) & \cosh(\kappa l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ A \\ Y \\ B \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

で表される輸送行列を持つ。この事から、

1. $(X|X)$ あるいは $(A|A)$ と $(Y|Y)$ あるいは $(B|B)$ の積は 1 に大体等しい
2. $(X|A)$ あるいは $(Y|B)$ がある割合で変化すると、 $(A|X)$ あるいは $(B|Y)$ も同じ割合で変化する

が言える。STQ 全体の輸送行列に対してもほぼ同じ事が言えると考えて、これらを考慮して評価関数を決定する。考える。

3.6 探索の手順

前節で説明してきた事を考慮して BigRIPS の High-Brho イオン光学系の探索を行う。

最適化するのは各 STQ の四重極磁石と六重極磁石の磁場の値である。最初に四重極磁石のみを変数として収束制御を行い、生じた高次項によるふらつきを打ち消すように六重極磁石の磁場値を決める。

イオン光学設定が満たしていなければならない条件は以下のようにしてチェックする:

焦点面における収束 評価関数の値を出力して直接見る

ビームライン内壁での損失 最適化結果を使った軌跡の可視化画像を見て確認する。

水平面では Q の幅、鉛直面では Q と D の幅を超えると損失とみなす。

限界強度を下回る磁場 最適化結果の出力を直接見る

限界値を上回る危険が大きい場合その磁場値は定数として手動で調整する

限界値の超過が避けられない場合は他の区間のバランス変更で解決を試みる

最適化は隣接する焦点面の間を単位として行う。ただし BigRIPS にはイオン光学的な対称性が設定されているので、実際にフィッティングを行う区間は F2-F3, F3-F5, F7-F8⁵ の 3 箇所のみである。

3.6.1 BigRIPS のイオン光学的対称性

イオン光学的対称性はここでは区間に入射するビームと出射するビームの形状がほぼ等しいことを言う。BigRIPS におけるイオン光学的対称性は 2 つで、1 つは F3-F7 間、もう 1 つは F2-F8 間である。前者は構造的にも F5 を中心として対称なので、F5-F7 の各 Q の磁場設定を F3-F5 の Q で F5 を挟んで対称に対応するものと同じに取ればよい。例をあげると、F5 の直後にある STQ11U の磁場値は、F5 の直前にある STQ10D と同じに取る。後者の場合は構造的な対称性は無いので、F7 まで輸送されてきたビームを F7-F8 間の調整で F2 におけるビームに一致させる。その性質上、この対称性は他の条件を全て満たした後に最後の調整により実現される。

3.7 結果

最適化により得た磁場の値を、四重極磁石 (表 3.7) と六極磁石 (表 3.7) についてそれぞれ表に示す。また参考のために、スタンダード設定との比較を示す (図 3.2)。

図 (3.2) は、STQ を構成する各四重極磁石についてそれぞれの設定における磁場の値を許容磁場最大値で割ったものである。値が 1 を超えた磁石は限界を超えているので使えない。スタンダード設定では 2 つの磁石が制限を超えているが、High-Brho 設定ではその 2 つを含めた全ての磁石で制限をクリアしていることが分かる。

STQ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	16
Upstream	1.995	1.153	1.179	1.564	1.733	1.134	1.220	1.065	1.068	1.688	0.838	1.638
interMediate	2.351	1.302	1.420	1.663	1.619	1.240	1.875	1.296	1.131	1.546	0.860	1.291
Downstream	1.883	1.129	1.226	0.718	1.813	1.338	1.758	1.121	0.702	1.431	0.701	1.046

表 3.4: High-Brho 設定:四重極磁石 (Q) のポールチップ磁場 ($B\rho = 9.2\text{Tm}$)

STQ	1	2	3	4	7	8	9	10	11	12	13	14
SX	4.1E-2	-1.5E-1	-1.4E-1	-2.1E-2	7.8E-3	-2.3E-1	-1.2E-1	1.5E-2	1.5E-2	-1.2E-1	-2.3E-1	7.8E-3

表 3.5: High-Brho 設定:六重極磁石 (SX) のポールチップ磁場 ($B\rho = 9.2\text{Tm}$)

この設定での軌跡の図 3.3 に示した。

高次項の効果を取り入れた場合、輸送損失を完全に抑えることは不可能となる。そこで、角度や運動量が極端に大きくアクセプタンスから外れるものは許容することとした。

結果のまとめ

COSY Infinity を用いてスタンダード設定の問題であった磁場限界を回避する High-Brho 設定を決定した。この設定はまた輸送損失も最低限に抑えている。この設定を元に BigRIPS の高 $B\rho$ 制御プログラムが新たに作成され、それに基づいて RIBF-55 実験が行われた。

⁵F7-F8 は厳密には BigRIPS ではないが本研究では扱う

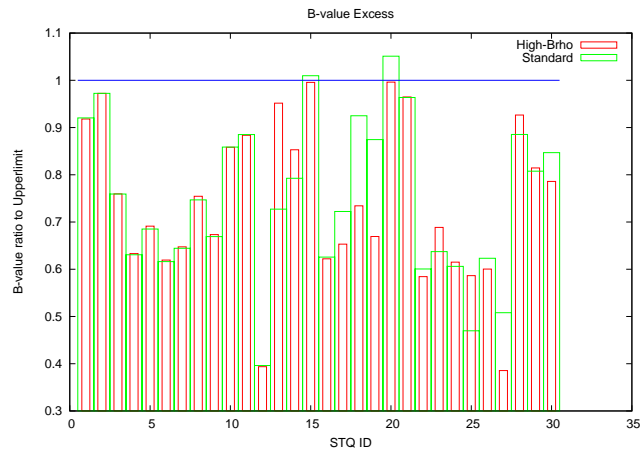


図 3.2: $B\rho=9.2Tm$ とした場合のスタンダード設定 (緑) と High-Brho 設定 (赤) の磁場値と許容限界との比。横軸の整数は BigRIPS の Q を表し、STQ1U を 1 として上流から順に $30=STQ10D$ まで番号付けたもの。

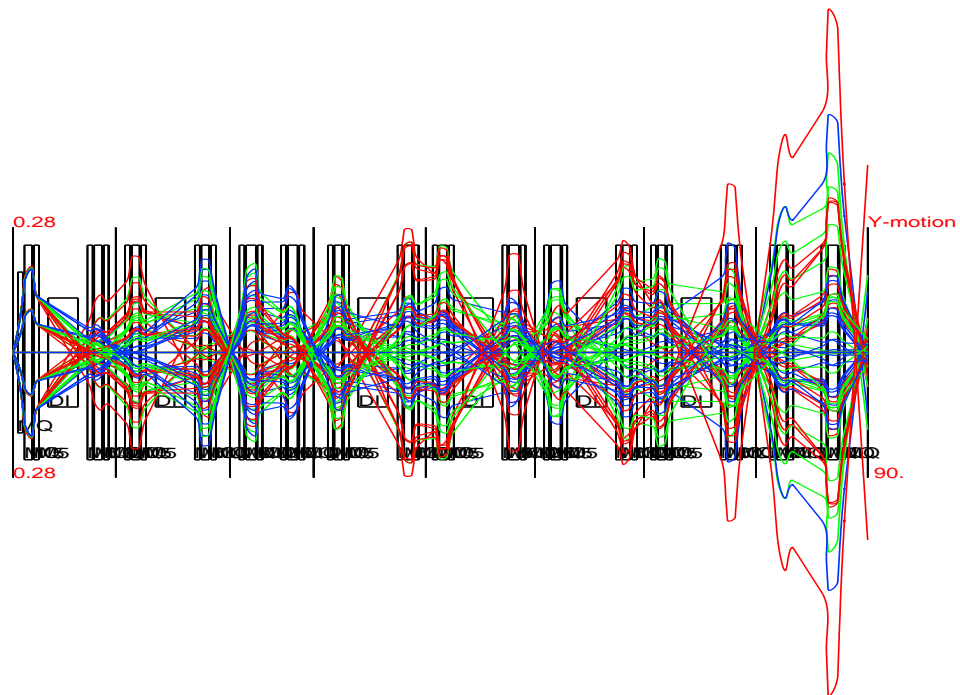
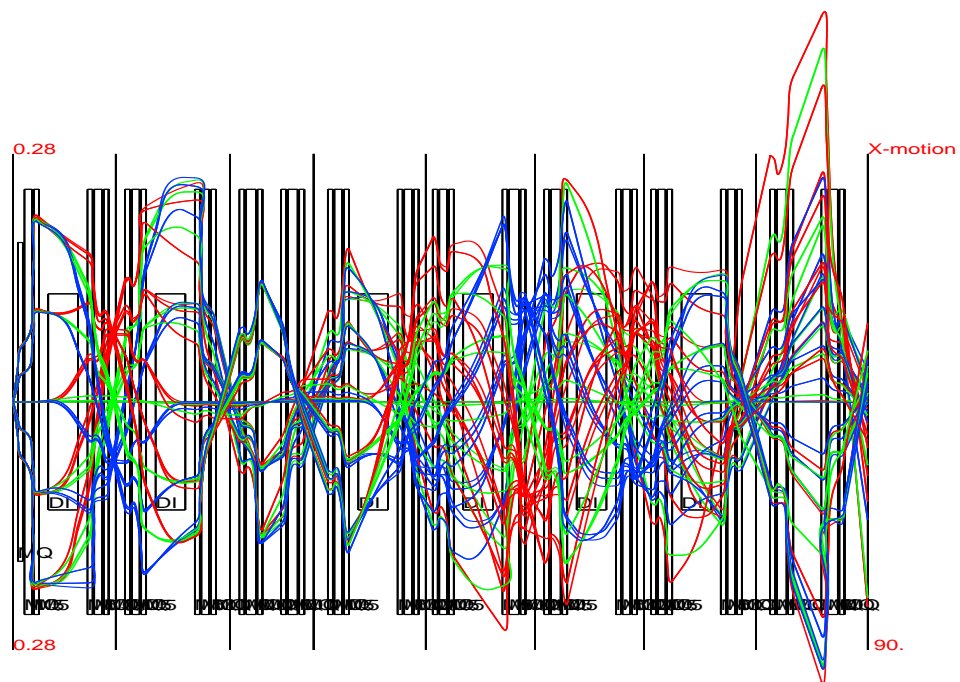


図 3.3: F0 から F8 までの粒子の軌跡 (上:水平面, 下:鉛直面)。F0 から発するビームの角度拡がりは水平 40mrad, 鉛直 50mrad. また運動量変化の拡がりは $\pm 3\%$. 軌跡の色は赤、緑、青はそれぞれ運動量変化の -3% , 0% , $+3\%$ に対応する

第4章 BigRIPS/ZeroDegreeにおける重イオン ビームアクセプタンスの推定

ビームによる反応断面積のために計算に必要な量であるアクセプタンス情報を得るため、ビームラインの形状情報を取り込んだイオン光学モンテカルロシミュレータを製作する

4.1 目的

RIBF-55実験における反応 $\text{Pb}(^{22}\text{C},^{20}\text{C})$ と $\text{Pb}(^{31}\text{Ne},^{30}\text{Ne})$ の断面積を導出するために、ビームライン (BigRIPS/ZeroDegree) におけるビームのアクセプタンスのシミュレーションにより評価する。

4.2 反応断面積とアクセプタンス

アクセプタンスは「どのようなパラメータを持つ粒子がビームラインの終端まで到達できるか」の情報である。反応断面積を正確に求めるにはアクセプタンスを知ることが必要となる。

反応断面積は次式で表される:

$$\sigma = \frac{R}{I} \frac{1}{\rho L} \quad (4.1)$$

ここで R, I はそれぞれ反応粒子数と入射粒子数で、 ρ, L はそれぞれ物質の粒子数密度とビームに沿った長さであり、既知として良い。 I を知るには標的の直前でカウントを行えば良い。しかし R は ZeroDegree の通過効率などに影響される。従って、反応断面積を導出するには ZeroDegree における損失粒子の情報を見積もる必要がある。

4.3 アクセプタンス評価の手法

ビームラインのアクセプタンスは、あるイオン光学ベクトルを初期値に持つ粒子がビームラインの終端まで達するか否かを返す関数のようなものと考えることができる。ビームの粒子が失われる要因はビームライン内壁への衝突など解析的な取扱いが困難なものなので、アクセプタンスを求めるには粒子のベクトルの初期値1つ1つに対しビームラインを通り抜けるかを調べることが必要となる。また、ビーム輸送パイプの内法の寸法は場所により異なるので、ビームライン上での粒子の位置をなるべく細かく知る必要がある。

4.3.1 計算手法

本研究では、初期値をシステムティックに走査する代わりに、疑似乱数を用いてランダムに分布させるモンテカルロ法を採用。この方法の利点は、実験に用いるビームの情報 (プロファイル) がビームの強度分布を確率分布として考えたときの平均値や分散などで与えられるためその値を転用しやすいことにある。また物質中での破碎反応や散乱は確率的現象なのでその結果には確率的不確定性が入ることになり、初期値を厳密に走査する意味が薄いという事情もある。

ビームライン上での粒子の位置はイオン光学で計算する。モンテカルロ法により多数の粒子の位置を追跡するには処理時間を短くしなければならないが、イオン光学法は基本的に行列の乗算の繰り返しであり乗算を高速化できれば1つの粒子にかかる時間は非常に短くなる。また本研究においては COSY Infinity により BigRIPS(ZeroDegree) の輸送行列を計算できる環境が既にあるので、計算に必要な情報を揃えるのが容易という点からもイオン光学計算を用いるのが望ましいと考える。

	双極子磁石	四重極磁石	四重極磁石 (STQ1U)
断面形状	矩形	円形	円形
寸法	250mm×122mm	φ240	φ180

表 4.1: BigRIPS/ZeroDegree のジオメトリ情報。矩形の寸法は水平 × 鉛直。

4.3.2 ビームライン形状モデル

ビームライン上に基準点を取り、他のいくつかの点について基準点からの輸送行列を用いてビーム粒子の位置を計算し、それがビームライン内寸を超えていないかどうかを判定する (ヒットチェック)。BigRIPS/ZeroDegree のビーム輸送ダクトは STQ,D 内部とそれらを繋ぐ自由空間ダクト (以下 DL¹) のそれぞれでほぼ様な断面を持つが、自由空間ダクトの内寸は STQ,D のそれぞれよりも大きい (表 4.3.2)。よって自由空間ダクトでのヒットチェックは省略して良いと考える。また STQ,D でのヒットチェックは、それらの「中間」までの輸送行列を得るのが現段階では困難なので入口と出口でのみ行う。

4.4 イオン光学軌跡シミュレータ”Backhands”

“Backhands” は、イオン光学によりビームライン中でのイオンの軌跡をモンテカルロ法でシミュレートするプログラムである。COSY Infinity ではビームの特徴 (プロファイル) を代表する少数の粒子の軌跡のみを考えるのに対し、Backhands はビームに含まれる任意の粒子をシミュレートする。ただしイオン光学計算に使用する輸送行列は外から与える必要がある。現時点では輸送行列の計算を COSY Infinity に頼っているので、Backhands は COSY Infinity に依存している。

Backhands はプログラミング言語 C++ で記述されたプログラムである。テンソル計算ライブラリとして Blitz++ を、その他用途のライブラリとして Boost を利用している。また直接の関係はないが、Backhands の出力を整形したり可視化する為に ROOT, Perl, gnuplot を使用している。

4.4.1 イオン光学計算の組み込み

Backhands は粒子のパラメータをイオン光学により計算する。その為にビームラインの輸送行列を取り込む必要があるが、「どのように」取り込むかによって得られる結果が大きく異なる可能性がある。

我々の COSY Infinity によるイオン光学計算は輸送行列を 3 次のもので考慮して行ったものである。従って Backhands が使用できる輸送行列も 3 次までのものに限られる。よって、2 つの輸送行列を合成する時に高次の輸送行列を無視したことによる誤差と数値演算による誤差が入り込む。この誤差がどの程度のものかを評価するために、BigRIPS(F0-F7) の輸送行列をいくつかのパターンで分割したものを比較する。

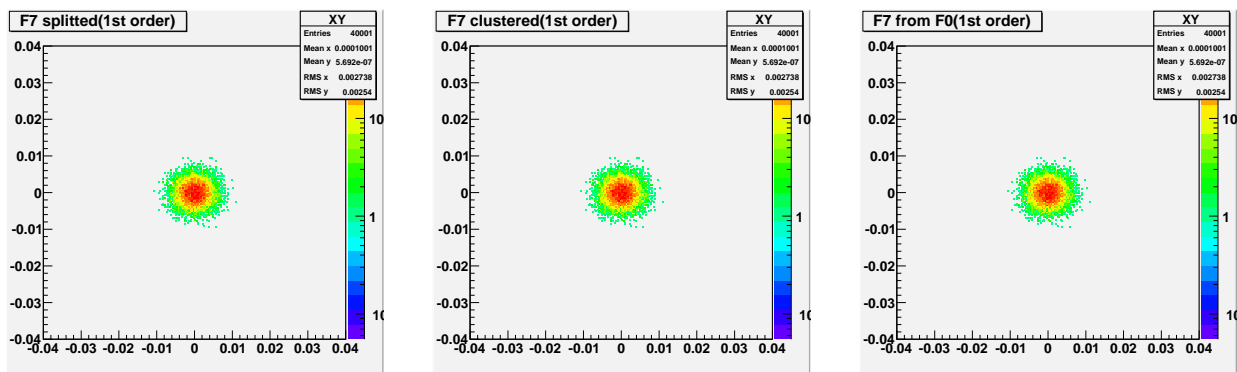


図 4.1: 分割による誤差蓄積の比較:F0 から出たビームによる F7 での像、すなわち粒子の (X, Y) のヒストグラム。左は要素分割、中央は焦点面分割、右が分割無し。ヒストグラム上では違いはわからない。

図 4.1 は 1 次の輸送行列の合成による誤差の蓄積の様子を表している。BigRIPS の輸送行列を STQ,D,DL を単位として分割し、それを逐次合成する方式をとったものが左の図である。中央は輸送行列を各焦点面で分割したものであり、右の図は分割を全く行わないときのもので、四則演算による誤差が入らないので最も正確である。図を見ると、1 次の場合には分割によらず結果に殆ど違いがないことがわかる。これが見かけのものでないことは、三者のデータファイルを比較すると全ての数値が小数点以下 5 桁程度まで一致することからわかる。

¹Drift Length

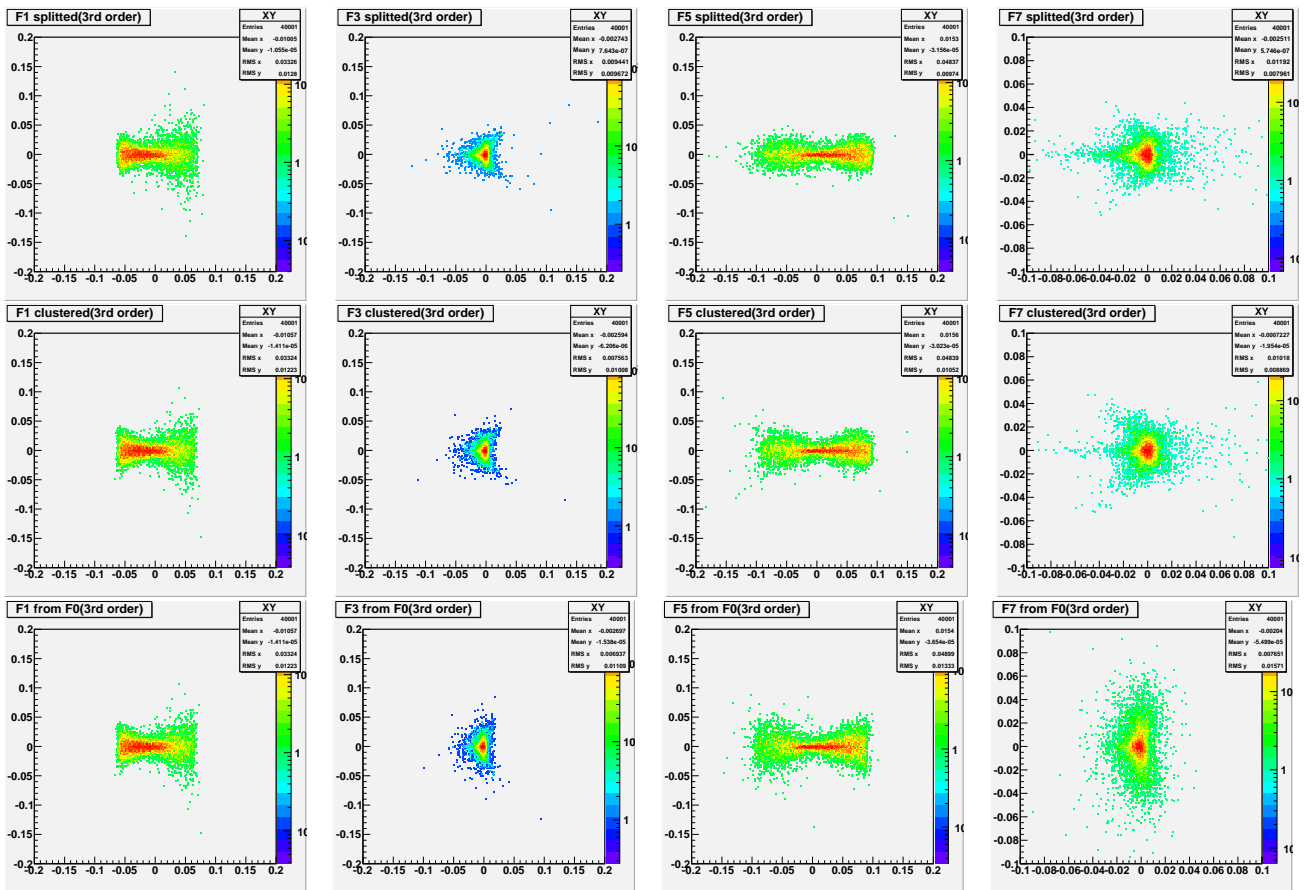


図 4.2: 分割による誤差蓄積の比較 (3 次): 上段、中段、下段がそれぞれ要素分割、焦点面分割、分割無し。上流から下流までの 4 つの焦点面の像を比較すると、分割を重ねるごとに高次項による誤差が増大していく様子がわかる。

しかし輸送行列の次数を増やして 3 次まで考えることにすると、輸送行列の合成による誤差が無視できない程大きくなる。図 4.2 において 3 つのパターンを見比べると下流側に行くに従って像の形状がずれていく様子がわかる。最終の F7 では分布の”すそ”(緑色の部分)の形状が全く異なっている。分布の核(赤色の部分)の形状はそれほど変わらないものの、アクセプタンスに対する影響をなるべく抑えるためには分割の数を抑えることが必要と考えられる。

4.4.2 段階的分割

分割による誤差を抑えるためには、粒子に対するイオン光学計算は 1 つだけの輸送行列を用いるのが理想的である。しかしビームライン上には標的やディグレーダなど粒子の運動エネルギーを変えうる要素がある。COSY Infinity は計算途中で粒子の磁気硬度(運動エネルギーに依存)が変わらないことを仮定しているため、運動エネルギーが変わる点では必ず輸送行列を分割しなければならないことになる。

よって Backhands では次の方式を採用:

- 基準点(最初は F0) からエネルギー減少要素までは各点で基準点からの輸送行列を使用
- エネルギー減少要素まで到達するとそこを基準点に取り直す

例えば、ビームが F0 から出るとして F1 にディグレーダがあると、粒子が F1 に達するまでは、F0 におけるベクトルと F0 からの輸送行列で計算を行う。しかし F1 のディグレーダを通過した後は、F1 におけるベクトルと F1 からの輸送行列を用いて計算する。

この方法を用いた例を図 4.3 に示す。

基準点は F0 と F1(ディグレーダ設置点)で、光軸上を通る粒子の磁気硬度を F1 以前では 9.4Tm, 以後では 9.0Tm として計算した輸送行列を用いている。くさび型ディグレーダは、その前後でエネルギーが減少してもビームとしての Achroma 性を保つためのものである。図 4.3 で F1 以降のフォーカスが正しく行われていることから、この図はディグレーダの効果を正しく表現していることが分かる。

なお、でたらめなディグレーダを挿入した際の例は Appendix にある。

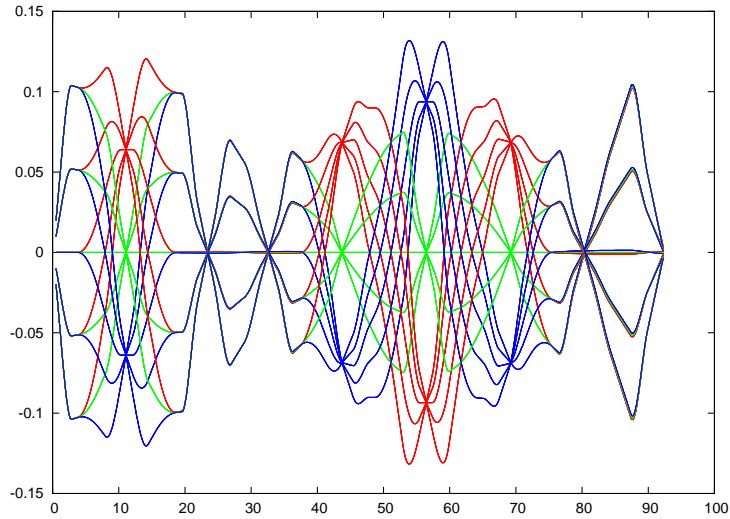


図 4.3: 段階的分割 (1次):F1にくさび型ディグレーダ (Wedge) を挿入

4.5 結果

ZeroDegreeの ^{20}C アクセプタンスをBackhandsによりシミュレーションした結果を示す。Backhandsは現在(2009年2月末)も実装中で、不十分なアクセプタンスの評価しかできない。本節で示す結果はあくまで現在のBackhandsのアクセプタンス評価能力を示すものである。

まず、ZeroDegreeのイオン光学設定とジオメトリを正しく反映し、イオン光学計算を正しく実装できているかを確認するために、COSY Infinityの軌跡図と同じ図を描かせてみる(図4.5)。使用したイオン光学系は、RIBF-55実験で使用したZeroDegreeのHigh-Brho設定と呼ばれるものである。その結果、左右の図で軌跡は殆ど同じであることがわかるので、BackhandsはZeroDegreeの条件を正しく再現できていると考えられる。

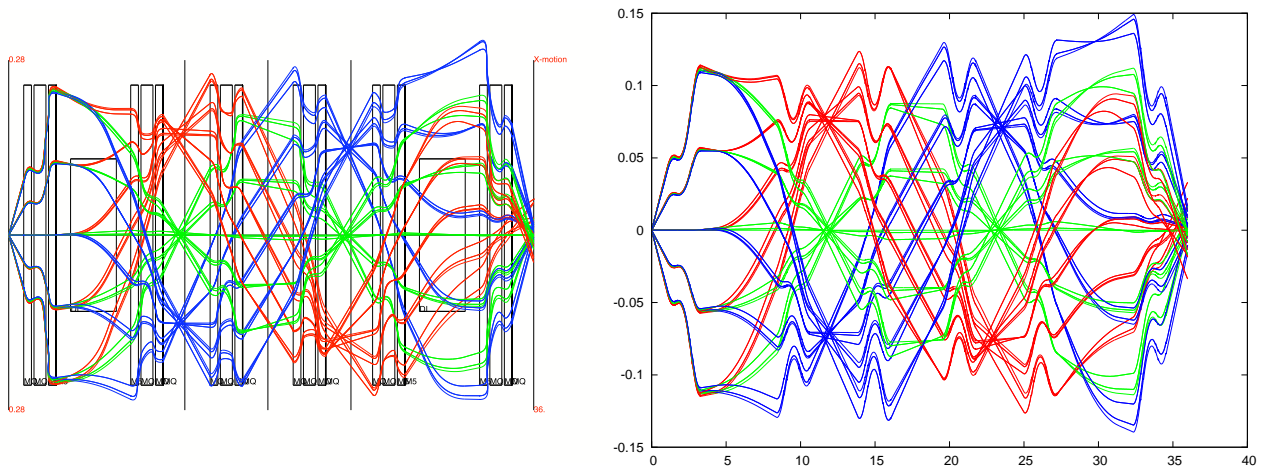


図 4.4: COSY Infinity(左)とBackhands(右)によるZeroDegree High-Brho設定での粒子の軌跡:3次-SXあり

シミュレーションの条件は表4.5の通りである。ZeroDegreeの入口(F8)から ^{22}C のビームを入射する。ビーム形状は、半径がパラメータとなる円形で、角度と運動量は表4.5の幅を持つGauss分布に従うとする。F8にはPb反応標的(厚さ $6.74\text{g}/\text{cm}^2$)があり、標的内に入った ^{22}C は全て核破碎反応により ^{20}C に変わる²。この ^{20}C のビームをZeroDegreeで輸送する際の通過効率、すなわち(F11到達数)/(F8入射数)が、ビーム半径に対してどのように依存するかを評価する。

このテストは現在進行中である。

²核破碎による生成とクーロン分解による生成では運動量分布が異なる

ビームライン	ZeroDegree(F8-F11)
イオン光学モード	High-Brho
入射ビームプロファイル	
核種	^{22}C
$B\rho$	9.0Tm
入射粒子数	10000
ビーム分布の幅 X	(変数)
Y	(変数)
A	20.0mrad
B	31.1mrad
δ	$\pm 2\%, 3\%$
F8 Target	
種類	Pb
厚さ	6.74g/cm ² (約 0.6cm)
生成核種	^{20}C (核破砕のみ)

表 4.2: Backhands のアクセプタンス評価性能テストのシミュレーション条件

第5章 まとめと今後

重イオンビームを制御するためのイオン光学という手法を学習し、それを実際に応用した COSY Infinity による最適化計算で、磁気硬度が 9.2Tm の粒子を輸送できる BigRIPS のイオン光学系を決定するのに成功した。

また、同様にイオン光学を応用して不安定核ビームラインのアクセプタンスを評価するためのプログラム Backhands を製作し、ある程度の評価ができるようになった。

今後の方針としては、まず Backhands の機能を実用に耐える段階にまで持っていくことを行う。そして現在は筆者一人が利用することを想定している Backhands を、ある程度多数の人間に利用できるよう利便性の向上を計る。最終的には Backhands を BigRIPS/ZeroDegree に限らず他のビームラインをシミュレートすることも容易な汎用アクセプタンス評価ツールとすることを目標とする。

付録A イオン光学の基礎的事項

イオン光学における基礎的な事柄について説明する

A.1 $B\rho$ スケーリング

本節では、第三章で述べた磁気硬度の変化によるイオン光学系のスケージングについて、その正当性を説明する。(磁場中に限らず) 運動する粒子の軌跡の曲率半径は $\rho = v^2/\dot{v}$ に等しい。従って、運動方程式から出発する以下の式が成立する:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{p}}{dt} &= m\frac{d}{dt}\gamma\mathbf{v} = m\gamma\frac{d\mathbf{v}}{dt} + m\mathbf{v}\frac{d\gamma}{dt} \\ &= q\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \\ \rightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= \frac{q}{m\gamma}\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{d\gamma}{dt}\mathbf{v} \sim \frac{q}{m\gamma}\mathbf{v} \times \mathbf{B} \\ \rightarrow \left|\frac{\dot{\mathbf{v}}}{v^2}\right| = \frac{1}{\rho} &= \frac{qB \sin\theta}{m\gamma v} = \frac{qB \sin\theta}{p} \\ \Leftrightarrow B\rho \sin\theta &= \frac{p}{q}.\end{aligned}\tag{A.1}$$

γ は Lorentz 因子。また θ は速度と磁場のなす角度である。3 行目の近似は、磁場が粒子の運動エネルギーに影響しないことを考えてのものである。ビームライン上では \mathbf{v} は光軸に殆ど平行であり、磁場の光軸に平行な成分も殆どゼロである。従って $\sin\theta \sim 1$ 、すなわち $B\rho = p/q$ が成り立つ。

A.2 強収束の原理

強収束の原理とは、ある性質を持つ磁場を並べる事で荷電粒子ビームを収束させることができる、という原理である。この原理は 1950 年に Christofilos により発見されたもので、これにより、加速器内並びにビームライン上でのビームの空間的広がりを極めて小さく抑えられるようになった。その為加速器自体の大幅な小型化が可能になり、また荷電粒子ビームの効率的な利用が可能になった。その生成方法から初期に大きな角度広がりを持つことが避けられない不安定核ビーム実験においても非常に大きな意味を持つ原理である。

収束性を持つために要求される磁場の性質がどのようなものかを考えるために、スカラーポテンシャルを持つ場について成り立つ次の事実から出発する:

定理 1. Laplace 方程式 $\Delta\phi = 0$ を満たすスカラーポテンシャルは極値を持たない (Earnshaw の定理)

静電場はスカラーポテンシャルで表される。また、静磁場は一般にはスカラーポテンシャルを一意に定義できないが、真電流が存在しない空間に限ってはスカラーポテンシャルを定義できる¹。従って、光軸方向に一様な静電場・静磁場を用いても荷電粒子を光軸付近に収束させることはできない、と言える。

そこで光軸方向に一様でない場を用いて収束させることを考える。これは例えばイオントラップの考え方と同様のものである。イオントラップは双曲面型ポテンシャルを持つ電場を用いて荷電粒子をトラップする装置である。このポテンシャルは極値を持たないが原点に鞍点を持つ。そこで、電場の符号を高速で切替える。荷電粒子の運動よりも十分速い速度で切替えを行うと、粒子の感じるポテンシャルは実効的に鞍点を底とする井戸型となり、粒子を安定してトラップすることができるようになる。

荷電粒子ビームの場合も同じ考え方で粒子を光軸付近に「トラップ」することができる。ただし粒子は相対論的速度で運動するので、ポテンシャルを時間的変化しても粒子の運動に追いつかない。そこで空間的に変化させることになる。イオントラップの場合と同様に、原点を鞍点とした双曲面型スカラーポテンシャルを持つような静磁場を作る。その静磁場のある領域に渡ってかけた後、その下流で今度は極性が逆の静磁場をかける。

¹Laplace 方程式も満たす

双曲面型ポテンシャルは、ある座標軸から遠い程、その座標成分の勾配が大きくなる。すなわちその座標軸への収束または発散作用が強くなる。その為、例えば最初の静磁場で X 成分が発散作用を受けたとすると、最初よりも大きな X を持って入射する次の静磁場では受けた発散作用よりも強い収束作用を受けることになる。また、 Y 成分は収束作用を受けるが、次の静磁場では最初よりも小さな Y を持って入射するので受けた収束作用より弱い発散作用を受けることになる。

以上を一般化すると、

定理 2. 光軸から離れる程ポテンシャル勾配が大きくなる静磁場を極性が逆のものと交互に並べると収束作用が得られる

A.3 四重極子磁場

四重極子磁石により発生する磁場がどのような形のものかを導き、それによる力を図示して四重極子磁場により強収束性を得られることを説明する。

四重極子磁場の説明に先立って電流のない空間において磁場のスカラーポテンシャルを定義できることを述べておく。これはこのような空間において任意の閉経路上の磁場の線積分がゼロになることからわかる。

円筒座標系 (r, ϕ, z) において z に依存しないスカラーポテンシャル $V(r, \phi)$ を考える。この時、ポテンシャルは次のように多重極展開できる:

$$V(r, \phi) = \sum_{n=1} c_n r^n \cos n\phi \quad (c_n : \text{定数}) \quad (\text{A.2})$$

この時、 $n = i$ の項を $(2i)$ 重極子磁場と呼ぶ²。

四重極子磁場のポテンシャルは $n = 2$ である。これを変形すると次のようになる:

$$c_2 r^2 \cos 2\phi = c_2 (x^2 + y^2) (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \quad (\text{A.3})$$

$$= c_2 (x^2 + y^2) \left(\frac{x^2}{x^2 + y^2} - \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right) \quad (\text{A.4})$$

$$= c_2 (x^2 - y^2). \quad (\text{A.5})$$

これはまさに双曲線を表している。この時磁極は各座標軸の上下に位置することになるので、これを実際の配置のように四隅に移すため系を -45° 回転すると $V_2 = c_2 xy$ となる。

これによる磁場は

$$\mathbf{B}_2 = \nabla c_2 xy = c_2 \begin{pmatrix} y \\ x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

である。磁場の強さは $c_2 r$ であり、ポールチップでの磁場 B と開口 (対角の磁極間距離) d を用いると、 $c_2 = 2B/d$ 。電荷 q の荷電粒子が速度 \mathbf{v} で入射してきたとすると、ローレンツ力は

$$q\mathbf{v} \times \mathbf{B}_2 = \frac{2qB}{d} \begin{pmatrix} -xv_z \\ yv_z \\ xv_x - yv_y \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

$v_z > 0$ を想定するので、 X, Y 方向の力を考えると、いずれか一方が収束的である場合もう一方は必ず発散的であることがわかる (図 A.1)。

² $i = 1$ のときは双極子磁場

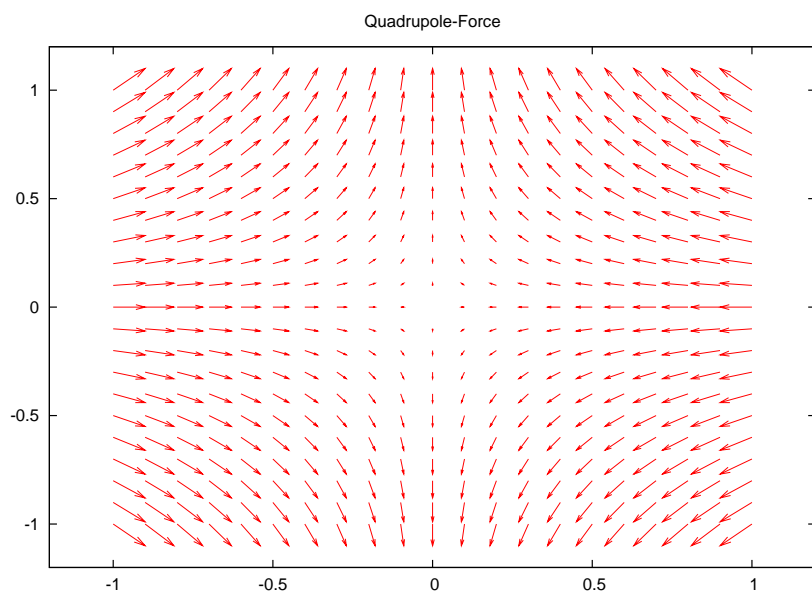


図 A.1: 四重極子磁場によるローレンツ力

付録B COSY Infinity

COSY Infinity(以下 COSY) の簡単な使用方法について解説する

注意:変数について

COSY では、運動量変化 $\delta(\delta p)$ の代わりに運動エネルギー変化 δK を用いる。 δ に関する条件を COSY に与える際は変換係数 $GMC = \frac{1+\gamma}{\gamma}$ を乗じる。

B.1 入力データ

入力データはおおよそ 5 つの区分に分かれる:

1. 計算法・精度などのパラメータ
2. ビームの定義
3. ビームラインのイオン光学的構造
4. 各電磁石のパラメータ (形状・電流値・磁場強度値)
5. 各電磁石のフリンジングフィールド形状データ (Enge 関数パラメータ)

B.1.1 計算制御

全ての計算の前に、その計算をどの程度正確に行うかを決めておく必要がある。その為、イオン光学的な命令を書く前に次の命令を実行しておく:

```
OV order phasespace parameter ;
```

OV 命令の引数は 3 つの整数である。1 つめは系の輸送行列を何次まで考えるかを指定する。本研究では、ラフな探索で解の候補を見つけるのには 1 次までを、見つけた解の候補に対し更に絞りこみを行う場合は 3 次までの輸送行列を考えている。また、後述の Backhands に与える行列も 3 次までを想定している。2 つめには系の位相空間の次元を指定する。この引数は 1,2,3 のいずれかを取るようになっているが、本研究では 3 を指定する。1,2 を指定すると運動量の違いによる影響がオミットされるためである。3 つめは本研究では使用しないため詳述しないが、あるパラメータの輸送行列への寄与を代数的に表示する為に使用する¹。

B.1.2 ビームの定義

イオン光学ベクトルの各成分の値は、光軸上を走る粒子からの相対値である。よって、イオン光学ベクトルを定義するにはこの粒子 (リファレンスパークル) の情報を知る必要がある。この手続きは RPR 命令で行う²:

```
RPR Brho A Z ;
```

3 つの引数は、最初から順に $B\rho$ 値 (Tm)、質量数、原子番号である。

¹stubb

²リファレンスパークルを決める命令には与えるパラメータの組に応じた一連のバリエーションがある

B.1.3 ビームラインのイオン光学的構造

このデータはスクリプト内に、他の命令と同じレベルで記述される。すなわちビームラインの構造と他の COSY スクリプトの命令は COSY 側では明確に区別されない。以下で少し詳しく述べる。

COSY Infinity のビーム物理用ライブラリには、ビームライン上の光学要素を表現する一連の命令が用意されている。例えば、

```
MQ L B D;
```

MQ は四重極磁石による磁場を表す命令である。MQ は 3 つの引数を取る。L は磁場領域の光軸方向の長さを、B はポールチップにおける磁場強度を、D は磁石の開口径 (aperture) を表す。ビームラインを記述するスクリプトは系の輸送行列を表すグローバル配列 (map) を保持しており、MQ のような光学要素を表す命令を実行すると、その光学要素が輸送行列 map に反映される。

フリンジングフィールドを取り入れた磁場の記述

四重極磁場 (MQ) を例に取る。前節の例にあげた MQ は、完全に矩形の理想的な四重極磁場を定義するものであり、磁場は長さ L の領域に局在しており、その外側では完全にゼロである。しかし実際はフリンジングフィールドが外側にはみ出しており、また局在領域の内部でも端に近いところでは一様ではない。そこで、フリンジングフィールドを採り入れた計算では、MQ の前にフリンジングフィールドのはみ出した長さだけ「逆行」、すなわち上流に戻ることを行う。これは長さが負の自由空間 (DL) で表現される。

B.2 出力データ

本研究で主に利用した出力データは以下のものである:

1. 輸送行列の値
2. 粒子の軌跡の描画図
3. 粒子のイオン光学ベクトルの値

B.2.1 輸送行列の値

系の輸送行列はグローバルな配列 map に保持されている。ある場所での輸送行列の特定の成分が知りたいければ、そのタイミングで map の知りたい成分を直接出力すれば良い。

また、後述する Backhands に使用するなどの目的で輸送行列自体のデータが必要な場合は、実行時の輸送行列の全ての成分を出力する PM 命令を使う:

```
UM;          {輸送行列初期化}  
MQ L B D;  
PM 20;      {ファイル fort.20 に輸送行列を出力}  
UM;          {輸送行列初期化}  
PM 21;      {ファイル fort.21 に輸送行列を出力}
```

UM 命令は、実行した時点で系の輸送行列を初期化 (1 次の行列は単位行列に、それ以外はゼロになる) する。よって、fort.20 には四重極磁場の輸送行列が、fort.21 には単位行列が出力される。

磁場設定探索の際には前者 (特定成分の直接出力) を、磁場設定評価とアクセプタンス導出の際には後者を主に利用した³。

³PM 命令による出力の書式については次章で説明している

B.2.2 粒子の軌跡の描画図

COSY Infinity にはビームの情報を与えて粒子の軌跡を描画する機能がある。ビームの情報は SB 命令を使って与える:

```
SB 0 0.04 r12 0 0.05 r34 0 0.03*GMC r56 0 0;
```

SB の引数は 11 がある。このうち r_{**} と書いてあるものは使わないので説明しない。残りの 8 つの引数は、ビームを構成する粒子のイオン光学ベクトルの各成分の幅である。左から順に $XAYB\delta t\delta K\delta A\delta Z$ の幅を指定する。上の入力例では、空間的拡がり A がゼロで、角度拡がり B が X 方向に 40[mrad], Y 方向に 50mrad で、運動量⁴の拡がり δK は 0.03 であるようなビームを定義している。ここで決められたビームからいくつかの粒子をサンプリングして軌跡を描画する。そのサンプリング法を指定するのが ER 命令である:

```
ER 1 3 1 3 1 3 1 1 ;
```

ER の引数は 8 つの正整数である。各引数は、SB で指定したイオン光学ベクトルの対応する各成分の幅からいくつかの粒子をサンプリングするかを表す。上の入力例では、 $A, B, \delta K$ については 3 つの粒子を、その他の成分については 1 つの粒子だけをサンプリングする、としている。よって、サンプリングされた粒子のイオン光学ベクトルの成分は、 $A = \pm 40$ or 0[mrad], $B = \pm 50$ or 0[mrad], $\delta p = \pm 0.03$ or 0 であり、それ以外の成分は 0 である。また、サンプリングされた粒子の総数は $1 \times 3 \times 1 \times 3 \times 1 \times 3 \times 1 \times 1 = 27$ 個である。

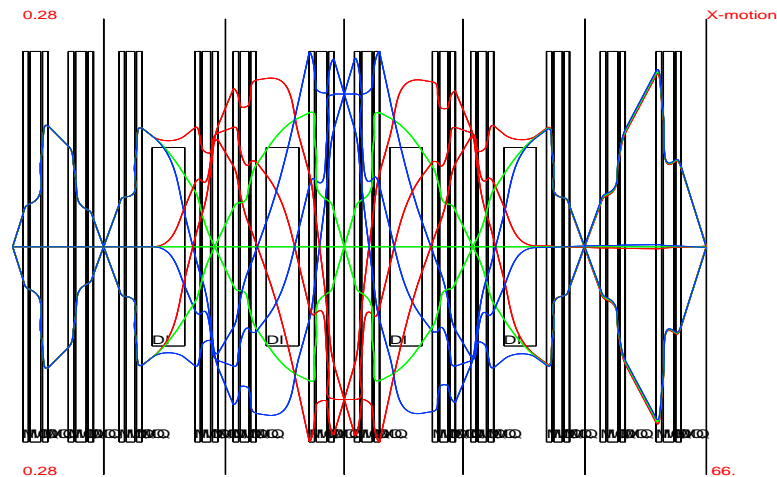


図 B.1: 粒子の軌跡の描画図の例:軌跡の色は光の色に対応して運動量の大小を表す。緑は $\delta p = 0$ に対応。

B.3 フィッティング

B.3.1 実際にフィッティングを行う

COSY でフィッティングを行う際の記述例を示す:

```
FIT B1 B2 ;  
CR ; UM ;  
QDOUBLET B1 B2 ;  
OBJECTIVE := abs(ME(1,1)) + abs(ME(3,3));  
ENDFIT 1E-5 1000 1 OBJECTIVE ;
```

⁴GMC は δp を δK に変換する乗数。すなわち $\delta K = GMC \times \delta p$

この例では2つの四重極磁石を並べた系でビームを収束させるような磁場強度を求めている。3行目の QDOUBLET が系の構造を記述したサブルーチンで、2つの四重極磁石の磁場強度 (B1,B2) を引数にとる。また4行目の関数 ME は系の輸送行列の成分を返す関数で、ME(1,1) は $\langle X|X \rangle$ 、ME(3,3) は $\langle Y|Y \rangle$ を返す。OBJECTIVE はこのフィッティングの評価関数である。OBJECTIVE を最小化することは $\langle X|X \rangle$ と $\langle Y|Y \rangle$ の絶対値の和を最小化することであり、これは QDOUBLET の直後でビーム径を最小化することを意味する。2行目の CR と UM はそれぞれ粒子軌跡と輸送行列を初期化する命令である。このブロックを取り囲む FIT と ENDFIT がフィッティングの条件を決める。FIT は1個以上の引数を取る。引数にはフィッティングにおいて変化させる変数を指定する。定義済みの変数であれば何でも良い。ENDFIT ははじめの3つの引数が必須であり、4つめ以降は1つ以上の変数を指定する。はじめの3つの引数には、先頭から順にトレランス (ϵ)、最大試行回数と最適化アルゴリズムを指定する。トレランスに指定した値より評価関数が小さい時、評価関数をゼロとみなす。また最大試行回数回数は、この回数だけ試行を行ったら、評価関数が収束していなくてもそこで最適化を打ち切る。最適化アルゴリズムには1,3,4のいずれかを指定する。simplex 法は1である。4つめ以降の引数には、評価関数として使う変数の名前を指定する。この例では変数 OBJECTIVE を評価関数として simplex 法により最適化を行う。最大試行回数は1000回、 ϵ は 0.00001 である。

参考文献

- [1] S.M.Dancoff, Phys. Rev. 72, 1017(1947)
- [2] R.Serber, Phys. Rev. 72, 1008(1947)
- [3] 鎌田進, ビーム物理学入門 (1999)